

## PRORAČUN NESIMETRIČNIH TOKOVA SNAGA AKTIVNIH TROFAZNIH DISTRIBUTIVNIH MREŽA

V. C. STREZOSKI, Fakultet tehničkih nauka Novi Sad, Trg D. Obradovića 6, 21000 Novi Sad, Srbija  
N. R. VOJNOVIĆ, Fakultet tehničkih nauka Novi Sad, Trg D. Obradovića 6, 21000 Novi Sad, Srbija  
P. M. VIDOVIĆ, Fakultet tehničkih nauka Novi Sad, Trg D. Obradovića 6, 21000 Novi Sad, Srbija

### UVOD

U radu su korišćene sledeće skraćenice:

ADM – Aktivna distributivna mreža, DER – Distribuirani energetske resurs, DG – Distribuirani generator, DSE – Distribuirano skladište energije, EES – Elektroenergetski sistem, EP – Energetski pretvarač,	EU – Energetski uređaj, NN – Niski napon (npr. 0,400 kV), NR – Njutm-Rafsonov (postupak), SN – Srednji napon (npr. 20 kV), VN – Visoki napon (npr. 110 kV).
---	---

Tradicionalni postupci za proračun tokova snaga trofaznih električnih mreža utvrđeni su pre pola veka. Modeli mreža u tim postupcima su izvedeni na osnovu metoda nezavisnih potencijala čvorova, dajući im nelinearnu formu. Zato se kaže da su ti postupci "orijentisani na čvorove". Obrade tih modela su zasnovane na generičkom Njutm-Rafsonovom (NR) iterativnom metodu za rešavanje sistema algebarskih, realnih, nelinearnih, simultanih jednačina bilansa aktivnih i reaktivnih snaga čvorova mreže, Tinney, Hart (1). Brzi raspregnuti postupak, Stott, Alsac (2), derivat je postupka zasnovanog na generičkom NR metodu. On je namenjen proračunima tokova snaga električnih mreža sa "velikim" odnosima  $X/R$  rednih grana ekvivalentnih kola mreža. Oba postupka su zasnovana na tradicionalnoj klasifikaciji čvorova na tri tipa jednofaznih čvorova:  $\theta V$  (balansni čvor), PQ i PV. Sa  $\theta$  i  $V$  se ukazuje na specificiran ugao i modul napona balansnog čvora, a sa P, Q i V na specificirane injektirane aktivne i reaktivne snage, i module napona ostalih čvorova mreže. Oba metoda se mogu primeniti i za proračune nesimetričnih tokova snaga prenosnih mreža, Arrillaga, Arnold (3), Strezoski, Trpezanovski (4). Nesimetrija režima trofaznih mreža je uglavnom izazvana različitim faznim snagama trofaznih potrošača i, u manjoj meri, neuravnoteženim trofaznim vodovima. Proračun nesimetričnih tokova snaga u (3) je utvrđen u faznom domenu. U (4) je to znatno efikasnije urađeno u domenu simetričnih komponenti. Rasprezanje pogonskih kola (ekvivalentnih kola u domenu simetričnih komponenti) mreža sa neuravnoteženim vodovima u (4) je rešeno saglasno sa Zhang, Chen (5). Pored toga, u (4) je pokazano da prethodno navedena tradicionalna klasifikacija čvorova ( $\theta V$ , PQ i PV) nije prikladna za postavku i rešenje problema nesimetričnih tokova snaga. Zato je tradicionalna klasifikacija jednofaznih čvorova u (4) unapređena uvođenjem četiri tipa trofaznih čvorova:  $\theta V$ , PQ,  $P_{\Sigma}Q_{\Sigma}$  i  $P_{\Sigma}V$  (subskript  $\Sigma$  ukazuje na trofazne injektirane snage čvorova mreža u nesimetričnim režimima). Sa NR i brzim raspregnutim postupkom definitivno je zatvoren problem tokova snaga prenosnih mreža. Svi pokušaji da se ta dva postupka prenesu u okruženje distributivnih mreža s malim brojem petlji i distribuiranim energetske resursima (DER), u simetričnim režimima, definitivno su zaustavljeni pre oko tri decenije. To je učinjeno utvrđivanjem postupaka sumiranja struja i/ili snaga i/ili admitansi i korekcija napona, Shirmohammadi, Hong, Semlyen, Luo (6), Luo, Semlyen (7), Rajcic, Ackovski, Taleski (8). Modeli za te postupke su izvedeni

direktnom primenom Kirhofovih zakona, dajući im nelinearnu formu. Zato se kaže da su ti postupci "orijentisani na grane". Svi ti postupci su takođe zasnovani na tradicionalnoj klasifikaciji čvorova ( $\theta V$ , PQ i PV). U Strezoski, Vidovic (9), pokazano je da se ti postupci mogu generalizovati i za proračune nesimetričnih tokova snaga aktivnih distributivnih mreža (ADM), sa sačuvanom efikasnošću postupaka za proračune simetričnih tokova snaga. Za ove postupke se takođe može reći da su tradicionalni za proračune tokova snaga ADM.

Priroda ADM je drastično promenjena u poslednje dve decenije uvođenjem DER s modernim, elektronski zasnovanim interfejsima prema mreži, Yazdani, Iravani (10), Kamh, Iravani (11), El-Khattam, Salama (12). S njima se na ADM priključuju energetske uređaji (EU) za potrošnju (npr. akumulatori i perspektivni zamajci u modu potrošnje) i EU za proizvodnju električne energije (npr. akumulatori i zamajci u modu proizvodnje..., klasične turbine svih vrsta, pa i one na vetar, fotonaponski paneli...). Među njima se posebno ističu asinhronne mašine dvostrukog napajanja čiji se statori direktno povezuju na mrežu (ili preko blok-transformatora), a rotor se povezuje preko elektronskih interfejsa. Među nabrojanim DER s modernim interfejsima prema mreži, od najvećeg interesa su vetro-turbine i fotonaponski paneli kao obnovljivi "zeleni" izvori energije. (Mali hidro-generatori su klasični zeleni izvori energije.)

Osnovni predmet ovog rada je da se pokaže da se tradicionalnim postupcima za proračun tokova snaga ADM u nesimetričnim režimima, koji su zasnovani na prethodno navedenoj tradicionalnoj klasifikaciji čvorova ( $\theta V$ , PQ i PV), ne mogu obuhvatiti sve vrste DER navedene u (10), (11) i (12), naročito one s modernim interfejsima prema mreži. Razlog za to je široka lepeza upravljačkih strategija modernih DER koje se ne mogu realizovati klasičnim naizmeničnim mašinama. Neke od tih strategija, koje su obuhvaćene ovim radom, date su u (10) i (11). Te strategije i modeli svih DER (obuhvaćene i klasične naizmenične mašine) obrađene su u delu 1 rada. Čvorovi u Rankovic, Maksimovic, Saric (13), Strezoski, Prica (14), klasifikovani su na potrošačke i četiri vrste čvorova sa priključenim DER: DER<sub>I</sub> (klasične sinhronne mašine), DER<sub>II</sub> (klasične asinhronne mašine), DER<sub>III</sub> (asinhronne mašine dvostrukog napajanja) i DER<sub>IV</sub> (EU sa elektronskim interfejsima prema mreži). Ta klasifikacija je utvrđena za potrebe proračuna ADM s kratkim spojevima i ne može se direktno preneti u proračune tokova snaga. Niti tradicionalna klasifikacija čvorova trofaznih mreža, niti prethodno navedena klasifikacija DER u funkciji proračuna kratkih spojeva, ne mogu se primeniti za utvrđivanje proračuna nesimetričnih tokova snaga ADM s modernim DER. Zato je u delu 2 uvedena nova klasifikacija čvorova ADM u generalno nesimetričnom režimu. Matematički model takve ADM, s prostoperiodičnim veličinama osnovne učestalosti, kao i njegovo rešenje u domenu simetričnih komponenti, prikazani su u delu 3. U tim modelima se ne ekspliciraju elementi tradicionalnih pasivnih distributivnih mreža (transformatori, baterije kondenzatora, sekcije vodova, ...), pošto oni nisu predmet ovog rada. Za modelovanje pogonskih kola sva tri redosleda simetrije je korišćen metod nezavisnih potencijala čvorova – za direktni redosled u nelinearnom obliku, a za inverzni i nulti u linearnom obliku. Nelinearni model direktnog redosleda je rešen Njutn-Rafsonovim metodom, a linearni modeli inverznog i nultog redosleda implicitnom inverzijom (faktorizacijom) odgovarajućih matrica admitansi u (10) i (11). Pošto su u pitanju postupci orijentisani na čvorove, petlje ADM nisu naglašene. One se tim postupcima obuhvataju spontano. Postupci orijentisani na grane nisu korišćeni s obzirom da se postupcima zasnovanim na čvorove vrlo jednostavno definišu i verifikuju nove vrste čvorova. U svakom slučaju, time je obezbeđena vrlo dobra platforma za unapređenje rešenja problema nesimetričnih tokova snaga ADM. Nova klasifikacija čvorova ADM, razvijeni matematički model i njegov proračun verifikovani su na primerima u delu 4. Zaključak je dat u delu 5.

## 1. POGONSKA KOLA I UPRAVLJAČKE STRATEGIJE DISTRIBUIRANIH ENERGETSKIH RESURSA

Opšta situacija trofaznog čvora  $k$  ADM, s priključenim otočnim elementom (uključen i DER <sub>$k$</sub> ), prikazana je na slici 1.1a. EU <sub>$k$</sub>  može biti pogonska/pogonjena mašina klasične naizmenične mašine, fotonaponski panel, vetro-turbina, distribuirano skladište energije (DSE) (npr. baterija akumulatora i zamajac) itd. EU <sub>$k$</sub>  je preko energetskog pretvarača (EP <sub>$k$</sub> ) – "interfejsa" priključen na ADM. EP <sub>$k$</sub>  može biti klasični elektromehanički pretvarač (naizmenična mašina), ili elektronski (dvosmerni) pretvarač.

Fazne veličine koje su pridružene čvoru  $k$ , prikazane su u tabeli 1.1. *Osnovne veličine* su fazne kompleksne (aktivne i reaktivne) snage, kao i fazni kompleksni naponi (njihovi moduli i uglovi) (a, b, c su oznake faza). *Izvedene veličine* su injektirane kompleksne struje.

Neka se usvoje sledeće matrice transformacije iz faznog domena u domen simetričnih komponenti i obrnuto:

$$\hat{\mathbf{A}} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & \hat{a} & \hat{a}^2 \\ 1 & \hat{a}^2 & \hat{a} \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad \hat{\mathbf{A}}^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \hat{a}^2 & \hat{a} & 1 \\ \hat{a} & \hat{a}^2 & 1 \end{bmatrix}, \quad \hat{a} = e^{j2\pi/3}. \quad (1.1)$$

Sledeće relacije važe između faznih veličina i njihovih simetričnih komponenti.

$$\begin{bmatrix} \hat{X}_k^d & \hat{X}_k^i & \hat{X}_k^0 \end{bmatrix}^T = \hat{\mathbf{A}} \begin{bmatrix} \hat{X}_{ka} & \hat{X}_{kb} & \hat{X}_{kc} \end{bmatrix}^T, \quad \begin{bmatrix} \hat{X}_{ka} & \hat{X}_{kb} & \hat{X}_{kc} \end{bmatrix}^T = \hat{\mathbf{A}}^{-1} \begin{bmatrix} \hat{X}_k^d & \hat{X}_k^i & \hat{X}_k^0 \end{bmatrix}^T, \quad \hat{X} \in \{\hat{U}, \hat{J}, \hat{I}\}, \quad (1.2)$$

(T je znak za transpoziciju matrica).

U domenu simetričnih komponenti se uvode sledeće snage (za definiciju kompleksne snage  $\hat{S} = P - jQ = \hat{U}^* \hat{J}$ ):

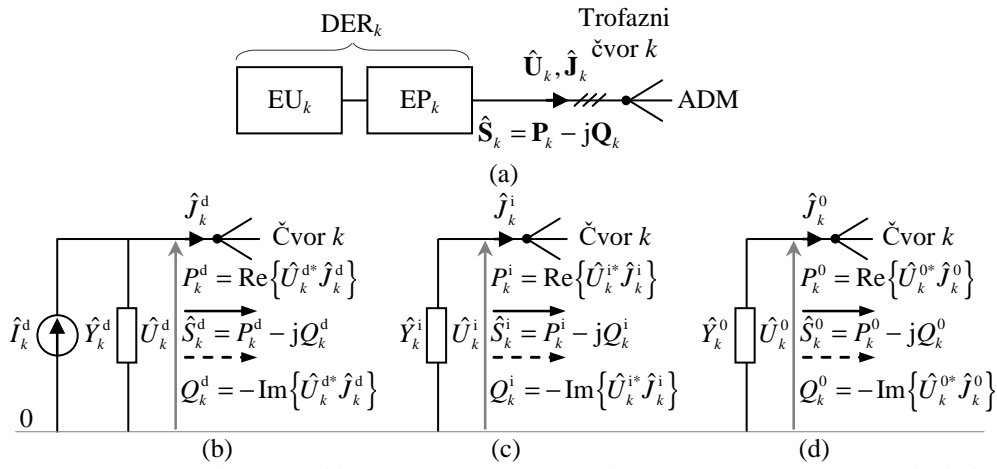
$$\hat{S}_k^d = P_k^d - jQ_k^d = \hat{U}_k^{d*} \hat{J}_k^d, \quad \hat{S}_k^i = P_k^i - jQ_k^i = \hat{U}_k^{i*} \hat{J}_k^i, \quad \hat{S}_k^0 = P_k^0 - jQ_k^0 = \hat{U}_k^{0*} \hat{J}_k^0. \quad (1.3)$$

Trofazne snage razmatranih elemenata se mogu iskazati u oba domena (subskript  $\Sigma$  ukazuje na trofaznu snagu):

$$\begin{aligned} \hat{S}_{k\Sigma} &= P_{k\Sigma} - jQ_{k\Sigma} = \hat{S}_{ka} + \hat{S}_{kb} + \hat{S}_{kc} = 3(\hat{S}_k^d + \hat{S}_k^i + \hat{S}_k^0) = 3(\hat{U}_k^{d*} \hat{J}_k^d + \hat{U}_k^{i*} \hat{J}_k^i + \hat{U}_k^{0*} \hat{J}_k^0) \\ &= 3 \left[ \left( \text{Re}\{\hat{U}_k^{d*} \hat{J}_k^d\} - j \text{Im}\{\hat{U}_k^{d*} \hat{J}_k^d\} \right) + \left( \text{Re}\{\hat{U}_k^{i*} \hat{J}_k^i\} - j \text{Im}\{\hat{U}_k^{i*} \hat{J}_k^i\} \right) + \left( \text{Re}\{\hat{U}_k^{0*} \hat{J}_k^0\} - j \text{Im}\{\hat{U}_k^{0*} \hat{J}_k^0\} \right) \right]. \end{aligned} \quad (1.4)$$

Sledeće dve relacije su takođe od interesa za izlaganja u ovom radu:

$$\frac{1}{3} P_{k\Sigma} = P_k^d + \text{Re}\{\hat{U}_k^{i*} \hat{J}_k^i\} + \text{Re}\{\hat{U}_k^{0*} \hat{J}_k^0\}, \quad \frac{1}{3} Q_{k\Sigma} = Q_k^d + \text{Im}\{\hat{U}_k^{i*} \hat{J}_k^i\} + \text{Im}\{\hat{U}_k^{0*} \hat{J}_k^0\}. \quad (1.5)$$



Slika 1.1 – Trofazni otočni element priključen u trofaznom čvoru  $k$  (a) i njegova opšta pogonska kola direktnog (a), inverznog (b) i nultog redosleda (c)

TABELA 1.1 – VELIČINE PRIDRUŽENE ČVORU  $k$  U FAZNOM DOMENU

Osnovne veličine	$P_{ka}, Q_{ka}, U_{ka}, \theta_{ka}, P_{kb}, Q_{kb}, U_{kb}, \theta_{kb}, P_{kc}, Q_{kc}, U_{kc}, \theta_{kc}$ ;
Izvedene veličine	$\hat{J}_{ka} = (P_{ka} - jQ_{ka}) / (U_{ka} e^{-j\theta_{ka}}), \hat{J}_{kb} = (P_{kb} - jQ_{kb}) / (U_{kb} e^{-j\theta_{kb}}), \hat{J}_{kc} = (P_{kc} - jQ_{kc}) / (U_{kc} e^{-j\theta_{kc}}).$

Osnovne i izvedene veličine pridružene čvoru  $k$ , ali sada u domenu simetričnih komponenti, prikazane su u tabeli 1.2 (d, i, 0 su oznake za direktni, inverzni i nulti redosled simetrije, respektivno).

TABELA 1.2 – VELIČINE PRIDRUŽENE DER U DOMENU SIMETRIČNIH KOMPONENTI

Osnovne veličine	$P_k^d, Q_k^d, U_k^d, \theta_k^d, P_k^i, Q_k^i, U_k^i, \theta_k^i, P_k^0, Q_k^0, U_k^0, \theta_k^0$ ;
Izvedene veličine	$\hat{J}_k^d = (P_k^d - jQ_k^d) / (U_k^d e^{-j\theta_k^d}), \hat{J}_k^i = (P_k^i - jQ_k^i) / (U_k^i e^{-j\theta_k^i}), \hat{J}_k^0 = (P_k^0 - jQ_k^0) / (U_k^0 e^{-j\theta_k^0}).$

Opšta pogonska kola (ekvivalentna kola u domenu simetričnih komponenti) otočnih elemenata ADM, sa akcentom na DER, prikazana su na slici 1.1b, c i d. Sve vrste otočnih elemenata su prikazane Nortonovim ekvivalentima s obzirom da se modeli tokova snaga koji se izlažu u ovom radu zasnivaju na metodu nezavisnih potencijala čvorova. Otočne admitanse  $Y_k^d, Y_k^i$  i  $Y_k^0$ , poznate su.

*Klasične naizmjenične mašine – sinhroni i asinhroni generatori/motori (uključene sinhronne mašine sa stalnim magnetima):* Upravljačke strategije ove vrste DER obično su sledeće: 1) održavanje konstantne trofazne aktivne

snage ( $P_{k\Sigma}$ ) i modula simetrične komponente direktnog redosleda napona<sup>1</sup> ( $U_k^d$ ), ili konstantne trofazne reaktivne snage ( $Q_{k\Sigma}$ ), kada je u pitanju sinhrona mašina; za sinhroni generator  $P_{k\Sigma} > 0$ , a za motor  $P_{k\Sigma} < 0$ ; 2) U slučaju asinhronne mašine, održava se konstantna trofazna aktivna snaga ( $P_{k\Sigma}$ ); ona je pozitivna ili negativna zavisno od toga da li je u pitanju generator ili motor; reaktivna snaga je negativna ( $Q_{k\Sigma} < 0$ ) i direktno zavisi od simetričnih komponenti napona na koje su priključene admitanse pogonskih kola sa slika 1.1b, c i d. Namotaji obe vrste mašina su obično povezani tako da je nulta admitansa  $\hat{Y}_k^0$  jednaka nuli. Dakle, ovi DER mogu biti i generatori, i potrošači.

*Asinhronne mašine dvostrukog napajanja i DER koji su na mrežu priključeni isključivo preko dvosmernih elektronskih interfejsa:* Upravljačke strategije ove vrste DER su slične upravljačkim strategijama sinhronih mašina (10). Naime, njima se održavaju konstantne trofazne aktivne snage ( $P_{k\Sigma}$ ) i moduli simetričnih komponenti direktnog redosleda napona ( $U_k^d$ ), ili konstantne trofazne reaktivne snage ( $Q_{k\Sigma}$ );  $P_{k\Sigma} > 0$  za distribuirane generatore (DG), a  $P_{k\Sigma} < 0$  za DSE. Pored toga, u svakom od prethodno opisana dva moda, može se "prigušivati" (anulirati) inverzna komponenta struje ( $\hat{J}_k^i = 0 \Leftrightarrow \hat{Y}_k^i = 0$ ). Ako je DER trožični (bez neutralne tačke priključene na neutralni provodnik mreže / zemlju), onda je nulta reaktansa  $\hat{Y}_k^0$  jednaka nuli. Kod četvorožičnih DER, ta je admitansa različita od nule, Kamh, Irvani (15). Dakle, i ovi DER mogu biti i generatori, i potrošači.

*Klasični potrošači (isključeni prethodno opisani naizmenični motori i DSE u modu potrošnje):* Ovi elementi se u proračunima tokova snaga zamenjuju faznim aktivnim i reaktivnim snagama  $P_{ka}$ ,  $Q_{ka}$ ,  $P_{kb}$ ,  $Q_{kb}$ , i  $P_{kc}$ ,  $Q_{kc}$ . To mogu biti domaćinstva, ili više njih, priključeni direktno ili preko distributivnih transformatora na ADM. Fazne snage potrošnje su, u opštem slučaju, kvadratne funkcije modula njihovih napona.

## 2. NOVA KLASIFIKACIJA ČVOROVA AKTIVNIH DISTRIBUTIVNIH MREŽA

Stanje ADM u nesimetričnom režimu čini  $3N$  kompleksnih napona, odnosno njihovih  $6N$  (realnih) uglova i modula. Oni se mogu prikazati preko sledećih  $2N$  realnih i  $2N$  kompleksnih veličina stanja sažetih u realnom vektoru stanja pogonskog kola direktnog redosleda i dva kompleksna vektora stanja pogonskih kola inverznog i nultog redosleda:

$$\mathbf{X}_s^d = [\theta_k^d, U_k^d, k = 1, 2, \dots, N]^T \text{ (a)}, \quad \mathbf{X}_s^i = [\hat{U}_k^i, k = 1, 2, \dots, N]^T \text{ (b)}, \quad \mathbf{X}_s^0 = [\hat{U}_k^0, k = 1, 2, \dots, N]^T \text{ (c)}. \quad (2.1)$$

Kako je već rečeno, ako se poznaje stanje, onda se mogu izračunati sve preostale veličine režima ADM. Dakle, određivanje stanja osnovni je zadatak rešenja problema nesimetričnih tokova snaga ADM.

Saglasno s razmatranjima u uvodu, tradicionalna klasifikacija čvorova odgovara postavci i rešenju isključivo problema simetričnih tokova snaga trofaznih ADM. Ovde se problem tokova snaga postavlja za nesimetrične režime. Kao u slučaju tradicionalnih tokova snaga i problem nesimetričnih tokova snaga se zasniva na klasifikaciji čvorova. U tabeli 2.1 je predložena nova klasifikacija čvorova koja u potpunosti odgovara ADM u nesimetričnim režimima. Prva četiri tipa su preuzeta iz (4), a preostala dva tipa su novi tipovi koji su u ovom radu uvedeni da bi se obuhvatile upravljačke strategije DG s pretvaračima zasnovanim na energetskej elektronici (deo 1).

TABELA 2.1 – NOVA KLASIFIKACIJA ČVOROVA DISTRIBUTIVNIH MREŽA

Tip čvora	$\theta V$	$P_{\Sigma}Q_{\Sigma}$	$P_{\Sigma}V$	PQ	$P_{\Sigma}Q_{\Sigma}(I^i=0)$	$P_{\Sigma}V(I^i=0)$
Specificirane veličine	$\theta^d, U^d, \hat{U}^i, \hat{U}^0$	$P_{\Sigma}, Q_{\Sigma}$	$P_{\Sigma}, U^d$	$P_a, P_b, P_c, Q_a, Q_b, Q_c$	$P_{\Sigma}, Q_{\Sigma}, \hat{I}^i$	$P_{\Sigma}, U^d, \hat{I}^i$
Nepoznate veličine stanja	/	$\theta^d, U^d, \hat{U}^i, \hat{U}^0$	$\theta^d, \hat{U}^i, \hat{U}^0$	$\theta^d, U^d, \hat{U}^i, \hat{U}^0$	$\theta^d, U^d, \hat{U}^i, \hat{U}^0$	$\theta^d, \hat{U}^i, \hat{U}^0$

*Čvor tipa  $\theta V$  (balansni):* Ovaj čvor je napojni za ADM – koren. On je indeksiran jedinicom. Kada se ADM napaja sa "jake" nadređene – (sub)prenosne mreže, tada režim ADM ne utiče na napone nadređene mreže. Zato se naponi korena ADM mogu "preuzeti" iz režima nadređene mreže i specificirati. To je urađeno u ovom radu. Sve veličine stanja ovog čvora su poznate. Ako je ADM relativno jaka u odnosu na nadređenu mrežu (njen režim utiče na režim nadređene mreže). Onda se balansni čvor može predstaviti Tevenenovim ekvivalentom nadređene mreže (4).

*Čvorovi tipa  $P_{\Sigma}Q_{\Sigma}$ :* Indeksi ovih čvorova su sadržani u skupu  $\alpha_{P_{\Sigma}Q_{\Sigma}}$ , sa  $N_{P_{\Sigma}Q_{\Sigma}}$  elemenata. Ovi čvorovi su obrađeni u delu 1. U njima mogu biti priključene tradicionalne naizmenične mašine, kao i asinhronne mašine dvostrukog napajanja i DER koji su na mrežu priključeni isključivo preko dvosmernih elektronskih interfejsa. Upravljačka

<sup>1</sup> Umesto direktne komponente napona može se održavati konstantnom neka linearna kombinacija modula faznih napona, npr:  $(U_a + U_b + U_c)/3$ . Ovo upravljačka strategija je nešto složenija za modelovanje, ali njome se ne menja suština izlaganja u ovom radu. Ona nije obrađena da bi se pojednostavila ionako složena izlaganja.

strategija uređaja priključenih u ovim čvorovima je takva da se mogu specificirati trofazne aktivne i reaktivne snage (dve realne veličine –  $P_\Sigma$  i  $Q_\Sigma$ ). Nepoznate su tri simetrične komponente kompleksnih faznih napona. Direktne komponente su iskazane preko njenih uglova i modula ( $\theta^d, U^d$ ), a ostale dve simetrične komponente su iskazane u kompleksnom obliku ( $\hat{U}^i, \hat{U}^0$ ).

*Čvorovi tipa P $\Sigma$ V:* Indeksi ovih čvorova su sadržani u skupu  $\alpha_{P_\Sigma V}$ , sa  $N_{P_\Sigma V}$  elemenata. I ovi čvorovi su obrađeni u delu 1. U njima mogu biti priključeni isti elementi kao u slučaju čvorova tipa P $\Sigma$ Q $\Sigma$ . Upravljačka strategija uređaja priključenih u ovim čvorovima je takva da se mogu specificirati trofazne aktivne snage i moduli direktnih komponenti napona (dve realne veličine –  $P_\Sigma$  i  $U^d$ ). Nepoznati su uglovi direktnih komponenti napona ( $\theta^d$ ) i dve simetrične komponente napona ( $\hat{U}^i, \hat{U}^0$ ).

*Čvorovi tipa PQ:* Indeksi ovih čvorova su sadržani u skupu  $\alpha_{PQ}$ , sa  $N_{PQ}$  elemenata. U svakoj fazi jednog ovakvog čvora je priključen jednofazni pasivni potrošač ili jednofazni DER priključen na mrežu direktno ili preko interfejsa zasnovanog na energetskej elektronici (DG ili DSE). Režimi uređaja priključenih u sve tri faze međusobno su raspregnuti. Za njih su specificirane kompleksne snage iskazane preko njihovih aktivnih i reaktivnih snaga ( $P_a, P_b, P_c, Q_a, Q_b, Q_c$ ). Kao kod čvorova tipa P $\Sigma$ Q $\Sigma$ , nepoznate su direktna komponenta napona koja je iskazana preko njenog ugla i modula ( $\theta^d, U^d$ ) i ostale dve simetrične komponente napona u kompleksnom obliku ( $\hat{U}^i, \hat{U}^0$ ).

*Čvorovi tipa P $\Sigma$ Q $\Sigma$ (I $^i$ =0):* Indeksi ovih čvorova su sadržani u skupu  $\alpha_{P_\Sigma Q_\Sigma(I^i=0)}$ , sa  $N_{P_\Sigma Q_\Sigma(I^i=0)}$  elemenata. Ovi čvorovi su izvedeni iz prethodno opisanih čvorova tipa P $\Sigma$ Q $\Sigma$ , s dodatnom upravljačkom strategijom kojom se anuliraju inverzne komponente struja. Nepoznate su tri simetrične komponente kompleksnih faznih napona. Direktne komponente su iskazane preko njenog uglova i modula ( $\theta^d, U^d$ ), a ostale dve simetrične komponente u kompleksnom obliku ( $\hat{U}^i, \hat{U}^0$ ).

*Čvorovi tipa P $\Sigma$ V(I $^i$ =0):* Indeksi ovih čvorova su sadržani u skupu  $\alpha_{P_\Sigma V(I^i=0)}$ , sa  $N_{P_\Sigma V(I^i=0)}$  elemenata. Ovi čvorovi su izvedeni iz prethodno opisanih čvorova tipa P $\Sigma$ V, s dodatnom upravljačkom strategijom kojom se anuliraju inverzne komponente struja. Nepoznate su uglovi  $\theta^d$  simetričnih komponenti direktnog redosleda napona i ostale dve simetrične komponente u kompleksnom obliku ( $\hat{U}^i, \hat{U}^0$ ).

Za broj trofaznih čvorova ADM i brojeve elemenata skupova čvorova ostalih pet tipova čvorova važi:  $N = 1 + N_{P_\Sigma Q_\Sigma} + N_{P_\Sigma V} + N_{PQ} + N_{P_\Sigma Q_\Sigma(I^i=0)} + N_{P_\Sigma V(I^i=0)}$ .

Saglasno s prethodnim izlaganjima mogu se definisati sledeći vektori nepoznatih veličina stanja ADM u nesimetričnom režimu:

$$\begin{aligned} \mathbf{X}^d &= \left[ \theta_k^d, k = 2, \dots, N; U_k^d, k \in \alpha_{P_\Sigma Q_\Sigma} \cup \alpha_{PQ} \cup \alpha_{P_\Sigma Q_\Sigma(I^i=0)} \right]^T \quad (\text{a}), \\ \hat{\mathbf{X}}^i &= \left[ \hat{U}_k^i, k = 2, \dots, N \right]^T \quad (\text{b}), \quad \hat{\mathbf{X}}^0 = \left[ \hat{U}_k^0, k = 2, \dots, N \right]^T \quad (\text{c}). \end{aligned} \quad (2.8)$$

U tim vektorima ima ukupno  $[(N - 1) + N_{P_\Sigma Q_\Sigma} + N_{PQ} + N_{P_\Sigma Q_\Sigma(I^i=0)}]$  realnih i  $2(N - 1)$  kompleksnih nepoznatih veličina stanja. Problem tokova snaga ADM u nesimetričnom režimu se svodi na njihovo određivanje (rešenje).

### 3. MATEMATIČKI MODEL AKTIVNE DISTRIBUTIVNE MREŽE I NJEGOVO REŠENJE

Matematički model ADM u nesimetričnom režimu se u osnovnom obliku sastoji od sledećih  $2N$  realnih, algebarskih, nelinearnih jednačina bilansa aktivnih i reaktivnih snaga pogonskog kola direktnog redosleda ADM i  $2N$  kompleksnih, algebarskih, linearnih jednačina bilansa kompleksnih struja pogonskog kola inverznog i nultog redosleda ADM:

$$P_k^d = \text{Re} \left\{ \hat{U}_k^{d*} \sum_{l=1}^N \hat{y}_{kl}^d \hat{U}_l^d \right\} \quad (\text{a}), \quad Q_k^d = -\text{Im} \left\{ \hat{U}_k^{d*} \sum_{l=1}^N \hat{y}_{kl}^d \hat{U}_l^d \right\} \quad (\text{b}), \quad k = 1, 2, \dots, N, \quad (3.1a)$$

$$\hat{J}_k^i = \sum_{l=1}^N \hat{y}_{kl}^i \hat{U}_l^i \quad (\text{a}), \quad \hat{J}_k^0 = \sum_{l=1}^N \hat{y}_{kl}^0 \hat{U}_l^0 \quad (\text{b}), \quad k = 1, 2, \dots, N. \quad (3.1b)$$

Sa  $P_k^d, Q_k^d$  su označene injektirana aktivna i reaktivna snaga čvora  $k$  pogonskog kola direktnog redosleda, a sa  $\hat{J}_k^i$  i  $\hat{J}_k^0$  injektirane struje čvora  $k$  pogonskih kola inverznog i nultog redosleda. Sa  $\hat{y}_{kl}^s$  je označen element

matrice admitansi pogonskog kola ADM, redosleda  $s$ ,  $s = d, i, 0$ , na poziciji  $(k, l)$ . U modelu ima  $2N$  realnih i  $2N$  kompleksnih veličina stanja ADM. Kako je rečeno na kraju dela 2, među njima je samo  $[(N-1) + N_{P_2Q_2} + N_{PQ} + N_{P_2Q_2(i=0)}]$  realnih i  $2(N-1)$  kompleksnih nepoznatih veličina stanja. Broj jednačina modela (3.1) treba redukovati na broj nepoznatih veličina stanja, pa ga po njima i rešiti. Jednačine modela (3.1) nisu potpuno spregnute. Sledeći logiku rešavanja tradicionalnog modela tokova snaga, model (3.1) se redukuje na sledeći sistem od  $[(N-1) + N_{P_2Q_2} + N_{PQ} + N_{P_2Q_2(i=0)}]$  spregnutih realnih i  $2(N-1)$  spregnutih kompleksnih jednačina:

$$P_k^d = \operatorname{Re} \left\{ \hat{U}_k^{d*} \sum_{l=1}^N \hat{y}_{kl}^d \hat{U}_l^d \right\}, \quad k=2, 3, \dots, N, \quad Q_k^d = -\operatorname{Im} \left\{ \hat{U}_k^{d*} \sum_{l=1}^N \hat{y}_{kl}^d \hat{U}_l^d \right\}, \quad k \in \alpha_{P_2Q_2} \cup \alpha_{PQ} \cup \alpha_{P_2Q_2(i=0)}, \quad (3.2a)$$

$$\hat{J}_k^i - \hat{y}_{k1}^i \hat{U}_1^i = \sum_{l=2}^N \hat{y}_{kl}^i \hat{U}_l^i, \quad k=2, 3, \dots, N, \quad \hat{J}_k^0 - \hat{y}_{k1}^0 \hat{U}_1^0 = \sum_{l=2}^N \hat{y}_{kl}^0 \hat{U}_l^0, \quad k=2, 3, \dots, N. \quad (3.2b)$$

Saglasno s relacijama (1.2), (1.3) i (1.5), kao i sa slikama 1.1b, c i d, veličine sa levih strana ovog modela se mogu izraziti na sledeći način:

$$P_k^d = \frac{1}{3} P_{k\Sigma} - \operatorname{Re} \left\{ \hat{U}_k^{i*} \hat{J}_k^i \right\} - \operatorname{Re} \left\{ \hat{U}_k^{0*} \hat{J}_k^0 \right\}, \quad k = 2, 3, \dots, N, \quad (3.3a)$$

$$Q_k^d = \frac{1}{3} Q_{k\Sigma} - \operatorname{Im} \left\{ \hat{U}_k^{i*} \hat{J}_k^i \right\} - \operatorname{Im} \left\{ \hat{U}_k^{0*} \hat{J}_k^0 \right\}, \quad k \in \alpha_{P_2Q_2} \cup \alpha_{PQ} \cup \alpha_{P_2Q_2(i=0)}, \quad (3.3b)$$

$$\hat{J}_k^i = -\hat{Y}_k^i \hat{U}_k^i, \quad k \in \alpha_{P_2Q_2} \cup \alpha_{P_2V},^2 \quad (3.3c)$$

$$\hat{J}_k^i = \frac{1}{3} \left( \frac{P_{ka} - jQ_{ka}}{\hat{U}_{ka}^*} + \hat{a}^2 \frac{P_{kb} - jQ_{kb}}{\hat{U}_{kb}^*} + \hat{a} \frac{P_{kc} - jQ_{kc}}{\hat{U}_{kc}^*} \right), \quad k \in \alpha_{PQ}, \quad (3.3d)$$

$$\hat{J}_k^i = 0, \quad k \in \alpha_{P_2Q_2(i=0)} \cup \alpha_{P_2V(i=0)}, \quad (3.3e)$$

$$\hat{J}_k^0 = -\hat{Y}_k^0 \hat{U}_k^0, \quad k \in \alpha_{P_2Q_2} \cup \alpha_{P_2V} \cup \alpha_{P_2Q_2(i=0)} \cup \alpha_{P_2V(i=0)},^3 \quad (3.3f)$$

$$\hat{J}_k^0 = \frac{1}{3} \left( \frac{P_{ka} - jQ_{ka}}{\hat{U}_{ka}^*} + \frac{P_{kb} - jQ_{kb}}{\hat{U}_{kb}^*} + \frac{P_{kc} - jQ_{kc}}{\hat{U}_{kc}^*} \right), \quad k \in \alpha_{PQ}. \quad (3.3g)$$

Matematički model (3.2) se rešava iterativno. U svakoj iteraciji se raspregnuto rešavaju sistemi nelinearnih jednačina koje se odnose na direktni redosled (3.2a), linearne jednačine koje se odnose na inverzni i nulti redosled (3.2b). Nelinearne jednačine se rešavaju Njutn-Rafsonovim metodom, a linearne implicitnom inverzijom (faktorizacijom) odgovarajućih matrica admitansi. U svakom slučaju se koristi tehnika retkih matrica. Ako se raspolaze sa  $h$ -tom aproksimacijom nepoznatih veličina (2.8) –  $(\mathbf{X}^d)^h$ ,  $(\hat{\mathbf{X}}^i)^h$  i  $(\hat{\mathbf{X}}^0)^h$ , u  $h$ -toj iteraciji se rešavaju sledeća tri sistema linearna jednačina:

$$(\Delta \mathbf{S}^d)^h = \mathbf{JAC}^h (\Delta \mathbf{X}^d)^h, \Rightarrow (\mathbf{X}^d)^{h+1} = (\mathbf{X}^d)^h + (\Delta \mathbf{X}^d)^h, \quad \text{dimenzija } N-1 + N_{P_2Q_2} + N_{PQ} + N_{P_2Q_2(i=0)}, \quad (3.4a)$$

$$(\hat{\mathbf{J}}^i)^h = \hat{\mathbf{Y}}^i (\hat{\mathbf{X}}^i)^{h+1}, \quad \text{dimenzija } N-1, \quad (\hat{\mathbf{J}}^0)^h = \hat{\mathbf{Y}}^0 (\hat{\mathbf{X}}^0)^{h+1}, \quad \text{dimenzija } N-1. \quad (3.4b)$$

Linearizovane nelinearne jednačine (3.4a) se rešavaju po korekcijama tekućih aproksimacija nepoznatih veličina  $(\Delta \mathbf{X}^d)^h$  (za direktni redosled). Sa  $(\Delta \mathbf{S}^d)^h$  je označen vektor razlika specificiranih snaga i njihovih vrednosti izračunatih koristeći se relacijama (3.2a) i (3.3a i b), za raspoloživu  $h$ -tu aproksimaciju nepoznatih veličina. On se odnosi na simetričnu komponentu direktnog redosleda. Sa  $\mathbf{JAC}^h$  je označen jakobijan nelinearnih jednačina (3.2a), izračunat za tekuću  $h$ -tu aproksimaciju nepoznatih veličina. I on se odnosi na simetričnu komponentu direktnog redosleda. Sa  $(\hat{\mathbf{J}}^i)^h$  i  $(\hat{\mathbf{J}}^0)^h$  su označeni vektori injektiranih struja inverznog i nultog redosleda, izračunati koristeći se relacijama (3.3c, d, e, f, g), za raspoloživu  $h$ -tu aproksimaciju nepoznatih veličina inverznog i nultog redosleda. Sa  $\hat{\mathbf{Y}}^i$  i  $\hat{\mathbf{Y}}^0$  su označene matrice admitansi pogonskih kola inverznog i nultog redosleda ADM. Koristeći se korekcijama  $(\Delta \mathbf{X}^d)^h$ , izračunavaju se korigovane aproksimacije nepoznatih veličina direktnog redosleda  $(\mathbf{X}^d)^{h+1}$ . Linearne jednačine (3.2b) direktno se rešavaju po korigovanim aproksimacijama nepoznatih veličina inverznog i nultog redosleda  $(\hat{\mathbf{X}}^i)^{h+1}$  i  $(\hat{\mathbf{X}}^0)^{h+1}$ . Procedura se zaustavlja kada se zadovolje kriterijumi konvergenije.

<sup>2</sup> Ako se izrazi  $(-\hat{Y}_k^i \hat{U}_k^i)$  prebace na desne strane odgovarajućih relacija (3.2b), leve strane tih relacija postaju jednake nuli.

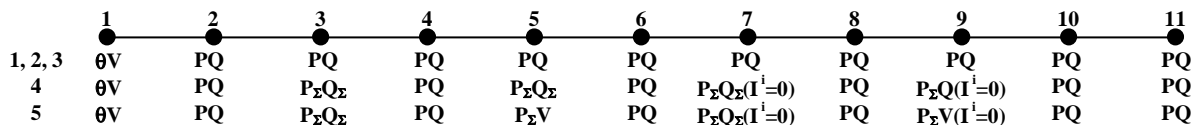
<sup>3</sup> Ako se izrazi  $(-\hat{Y}_k^0 \hat{U}_k^0)$  prebace na desne strane odgovarajućih relacija (3.2b), leve strane tih relacija postaju jednake nuli.

#### 4. PRIMERI PRORAČUNA I DISKUSIJA

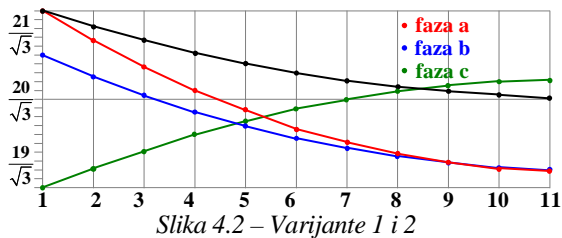
Na slici 4.1 prikazana je radijalna ADM sa 11 čvorova i 10 istih kablovskih sekcija 20 kV, dužine 1,00 km. Prvi čvor je balansni (tipa  $\theta V$ ), a čvorovima od 2 do 11 obuhvaćeni su svi ostali tipovi čvorova u pet varijanti (1 do 5). One su naznačene u prvoj koloni opisa tipova čvorova na slici 4.1. U varijantama 1, 2 i 3, svi su čvorovi tipa PQ.

Pogonski parametri sekcija za simetrične režime direktnog i inverznog redosleda iznose:  $r [\Omega/\text{km}] = 0,41$ ;  $x [\Omega/\text{km}] = 0,36$ ;  $g [\mu\text{S}/\text{km}] = 0,00$ ;  $b [\mu\text{S}/\text{km}] = 3,00$ . Rezistansa i reaktansa nultog redosleda su 5 puta veće, a susceptanse su 5 puta manje.

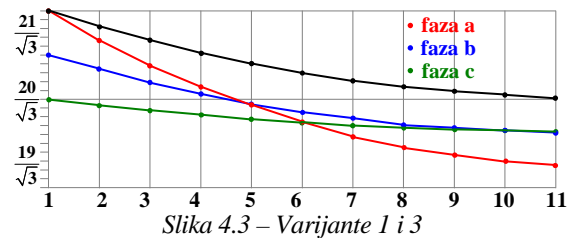
*Varijanta 1:* Režim je simetričan direktnog redosleda. Moduli faznih napona korena iznose  $21,00/\sqrt{3}$ . Svi ostali čvorovi su potrošački s međusobno istim faznim snagama: 200 kW i 100 kVAr. Rezultat proračuna varijante 1 je prikazan crnom linijom na svim slikama 4.2, 4.3, 4.4 i 4.5. To je urađeno zato što rezultati te varijante služe kao referentni za rezultate proračuna u preostale četiri varijante.



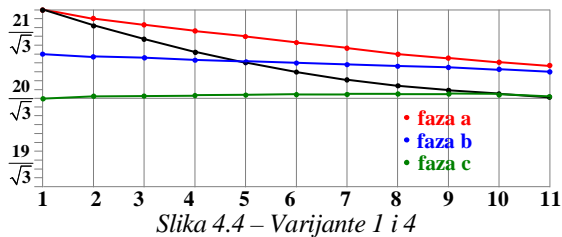
Slika 4.1 – Razmatrana radijalna distributivna mreža sa 11 čvorova



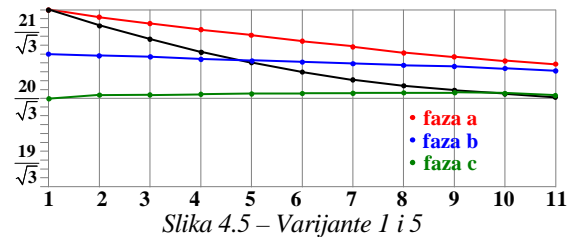
Slika 4.2 – Varijante 1 i 2



Slika 4.3 – Varijante 1 i 3



Slika 4.4 – Varijante 1 i 4



Slika 4.5 – Varijante 1 i 5

*Varijanta 2:* Režim nije simetričan. Fazni naponi korena iznose  $\hat{U}_a = 21,00/\sqrt{3}e^{j0^\circ 2\pi/360^\circ}$  kV,  $\hat{U}_b = 20,05/\sqrt{3}e^{-j122^\circ 2\pi/360^\circ}$  kV,  $\hat{U}_c = 19,00/\sqrt{3}e^{-j238^\circ 2\pi/360^\circ}$  kV. Svi ostali čvorovi su potrošački s faznim snagama koje iznose:  $P_a = 200$  kW i  $Q_a = 100$  kVAr,  $P_b = 200$  kW i  $Q_b = 100$  kVAr,  $P_c = 0$  kW i  $Q_c = 0$  kVAr. Time je uspostavljena "radikalna" neuravnoteženost potrošača (anulirana potrošnja faze c; zato je modul njenog napona korena specificiran na vrlo nisku vrednost:  $U_c = 19,00/\sqrt{3}$  kV). Rezultati proračuna modula napona čvorova su prikazani crvenim (faza a), plavim (faza b) i zelenim (faza c) linijama na slici 4.2. Istim bojama će biti ukazivano na rezultate proračuna u ostale tri varijante.

*Varijanta 3:* Režim nije simetričan. Fazni naponi korena su jednaki odgovarajućim naponima u varijanti 2. Svi ostali čvorovi su potrošački sa faznim snagama koje iznose:  $P_a = 250$  kW i  $Q_a = 125$  kVAr,  $P_b = 200$  kW i  $Q_b = 100$  kVAr,  $P_c = 150$  kW i  $Q_c = 75$  kVAr. Time je uspostavljena "umerena" neuravnoteženost potrošača. Rezultati proračuna modula napona čvorova su prikazani na slici 4.3.

*Varijanta 4:* Režim nije simetričan. Fazni naponi korena su jednaki odgovarajućim naponima u varijantama 2 i 3. Čvorovi 2, 4, 6, 8, 10 i 11 su potrošački s faznim snagama koje su jednake odgovarajućim snagama potrošača u varijanti 3. Čvorovi 3, 5, 7 i 9 su generatorski sa zadatim trofaznim snagama:  $P_{\Sigma} = 600$  kW i  $Q_{\Sigma} = 300$  kVAr. Čvorovi 7 i 9, nezavisno od režima, generišu simetrične struje. Rezultati proračuna modula napona čvorova su prikazani na slici 4.4.

*Varijanta 5:* Režim nije simetričan. Fazni naponi korena su jednaki odgovarajućim naponima u varijantama 2, 3 i 4. Čvorovi 2, 4, 6, 8, 10 i 11 su potrošački s faznim snagama koje su jednake odgovarajućim snagama potrošača u varijantama 3 i 4. Čvorovi 3 i 7 su generatorski sa zadatim trofaznim snagama:  $P_{\Sigma} = 600$  kW i  $Q_{\Sigma} = 300$  kVAr.

Čvorovi 5 i 9 su generatorski sa zadatim trofaznim aktivnim snagama  $P_{\Sigma} = 600$  kW i simetričnim komponentama napona direktnog redosleda:  $V_5^d = 20,40/\sqrt{3}$  kV i  $V_9^d = 20,30/\sqrt{3}$  kV. Čvorovi 7 i 9 nezavisno od režima generišu simetrične struje. Rezultati proračuna modula napona čvorova su prikazani slici 4.5.

Vremenske performanse postupka su prikazane u tabeli 4.1. Tamo je mreža povećavana od 11 do 1001 čvorova. Te mreže su dobijene "multiplikacijom mreže iz varijante 2" Kriterijum konvergencije je  $10^{-5}$  relativnih jedinica napona.

TABELA 4.1 – VREMENSKE PERFORMANSE POSTUPKA ( Intel Core i3-2120 CPU 3.3 GHz, 8 GB RAM )

Broj trofaznih čvorova		11		101		501		1001	
Broj iteracija	Vreme proračuna [ms]	2	0,32	2	3,14	2	16,87	2	31,28

Na osnovu razvijenih procedura za proračun ADM u nesimetričnim režimima, kao i dobijenih rezultata može se zaključiti sledeće: 1) Proračun nesimetričnih režima distributivnih mreža (posebno mreža NN) predstavljaju posebnu teškoću; 2) Kada je nesimetrija režima prilično izražena, tada se pojavljuje porast napona duž slabije opterećenih faza (varijanta 2 – vrlo izražen porast napona faze c na slici 4.2); 3) DG značajno utiču na poboljšanje naponskih prilika u ADM (varijante 4 – slika 4.4 i 5 – slika 4.5, u poređenju s varijantom 3 – slika 4.3).

## 5. ZAKLJUČAK

U radu su potvrđene teškoće koje se pojavljuju u proračunima tokova snaga ADM, posebno sa DER koji su na ADM povezani preko elektronskih interfejsa. To je rezultat široke lepeze upravljačkih strategija koje su inherentne savremenim DER. Uvođenjem nove klasifikacije čvorova i odgovarajućih modela ADM, te su teškoće prevaziđene. Time je obezbeđena vrlo kvalitetna platforma za inkorporaciju novih upravljačkih strategija DER, kao i za razvoj efikasnijih modela i procedura za rešenje problema tokova snaga ADM u (ne)simetričnim režimima. U radu nije bilo prostora da se njime obuhvate i mikro-mreže u autonomnom pogonu, kao i virtuelne elektrane. To se može učiniti neznatnim modifikacijama razvijene procedure za proračun tokova snaga ADM.

## LITERATURA

1. Tinney W. F, Hart C. E, 1967, "Power Flow Solution by Newton's Method", "IEEE Trans. on PAS", "Vol. 86, No. 11", pp. 1449–1460.
2. Stott B, Alsac O, 1974, "Fast Decoupled Load Flow", "IEEE Trans. on PAS", "Vol. 93, No. 3", pp. 859–867.
3. Arrillaga J, Arnold C. P, 1983, "Computer Modelling of Electrical Power Systems", "John Wiley & Sons".
4. Strezoski C. V, Trpezanovski D. Lj, 2000, "Three-phase asymmetrical load-flow", "Electrical Power and Energy Systems", "Vol. 22", pp. 511–520.
5. Zhang X.-P, Chen H, 1994, "Asymmetrical three-phase load-flow study based on symmetrical component theory", "IEE Proc.-Gener. Transm. Distrib.", "No. 3", pp. 248–252.
6. Shirmohammadi D, Hong H. W, Semlyen A, Luo G. X, 1988, "A Compensation-Based Power Flow Method for Weakly Meshed Distribution and Transmission Network", "IEEE Trans. on PS", "Vol.3, No.2", pp. 753–762.
7. Luo G. X, Semlyen A, 1990, "Efficient Load Flow for Large Weekly Meshed Distribution and Transmission Network", "IEEE Trans. on PS", "Vol. 5, No. 4", pp. 1309–1316.
8. Rajicic D, Ackovski R, Taleski R, 1998, "Two Novel Methods for Radial and Weakly Meshed Network Analysis", "Electric Power Systems Research", "Vol. 48", pp. 79–87.
9. Strezoski C. V, Vidovic M, P, 2015, "Power flow for general mixed distribution networks", "Int. Trans. Electr. Energ. Syst.", "No. 25", pp. 2455–2471.
10. Yazdani A, Iravani R, 2006, "A Unified Dynamic Model and Control for the Voltage-Sourced Converter Under Unbalanced Grid Condition", "IEEE Trans. on PD", "Vol. 21, No. 3", pp. 1620–1629.
11. Kamh Z. M, Iravani R, 2011, "Unified Three-Phase Power-Flow Analysis Model for Electronically Coupled Distributed Energy Resources", "IEEE Trans. on PD", "Vol. 26, No. 2", pp. 899–909.
12. El-Khattam W, Salama M.M.A, 2004, "Distributed generation technologies, definitions and benefits", "Electric Power Systems Research", "Vol. 48", pp. 119–128.
13. Rankovic A, Maksimovic B. M, Saric A. T, 2014, "A three-phase state estimation in active distribution networks", "International Journal of Electrical Power & Energy Systems", "Vol. 54", pp. 154–162.
14. Strezoski L, Prica M, 2016, "Real-Time Short-Circuit Analysis of Active Distribution Systems", "Power and Energy Conference in Illinois (PECI), Champagne, IL, pp. 1-6.
15. Kamh Z. M, Iravani R, 2010, "Unbalanced Model and Power-Flow Analysis of Microgrids and Active Distribution Systems", "IEEE Trans. on PD", "Vol. 25, No. 4", pp. 2851–2858.